INTERRO

MATHS

SUJET

PREMIÈRE TECHNOLOGIQUE

PARTIE II

Calculatrice autorisée.
Cette partie est composée de trois exercices indépendants.

Exercice 2 (5 points)

La figure donnée **en annexe à rendre avec la copie** représente une pièce d'une maison.

On considère le repère orthonormé (O , I , J , K) avec OI = OJ = OK = 1 unité de longueur = 35 cm.

1. Déterminer la superficie au sol de cette pièce en cm^2.

2. Le mur (OIK) contient une fenêtre carrée MNPQ avec M(6 ; 0 ; 3).
Donner les coordonnées des points N, P et Q.

3. On place dans cette pièce un bureau contre le mur (OJK) dont le plateau est un rectangle de sommet A (0 ; 6 ; 2) , B (0 ; 10 ; 2) , C (2 ; 10 ; 2) et D (2 ; 6 ; 2).
Dessiner le plateau de ce bureau sur la figure.

4. Le point E (1 ; 8 ; 6) matérialise l'emplacement d'un éclairage.
Cet éclairage est-il situé au-dessus du centre de la table ? Justifier la réponse.

5. Des rayons lumineux traversent la fenêtre jusqu'au sol.
Le point q représente le projeté sur le sol du point Q parallèlement au rayon lumineux (Qq).
Construire les projetés des points M, N et P sur le sol puis tracer l'ombre de la fenêtre au sol.

Exercice 3 (5 points)

En 2021, une entreprise compte produire au plus 60 000 téléphones portables pour la France et les vendre 800 € l'unité. On suppose que tous les téléphones produits sont vendus.

Le coût de production, en euros, est modélisé par la fonction C définie sur $[0\,;60\,000]$ par :

$$C(x) = 0{,}01x^2 + 250x + 2\,500\,000$$

où x représente le nombre de téléphones fabriqués et vendus.

1. **a.** Calculer $C(7\,500)$. Interpréter le résultat obtenu.

b. Calculer le montant de la recette, en euros, que rapporte la vente de 7 500 téléphones. En déduire le montant du bénéfice, en euros, pour 7 500 téléphones vendus.

2. Montrer que, pour tout $x \in [0\,;60\,000]$, le bénéfice, en euros, est défini par :

$$B(x) = -0{,}01x^2 + 550x - 2\,500\,000$$

où x représente le nombre de téléphone fabriqués et vendus.

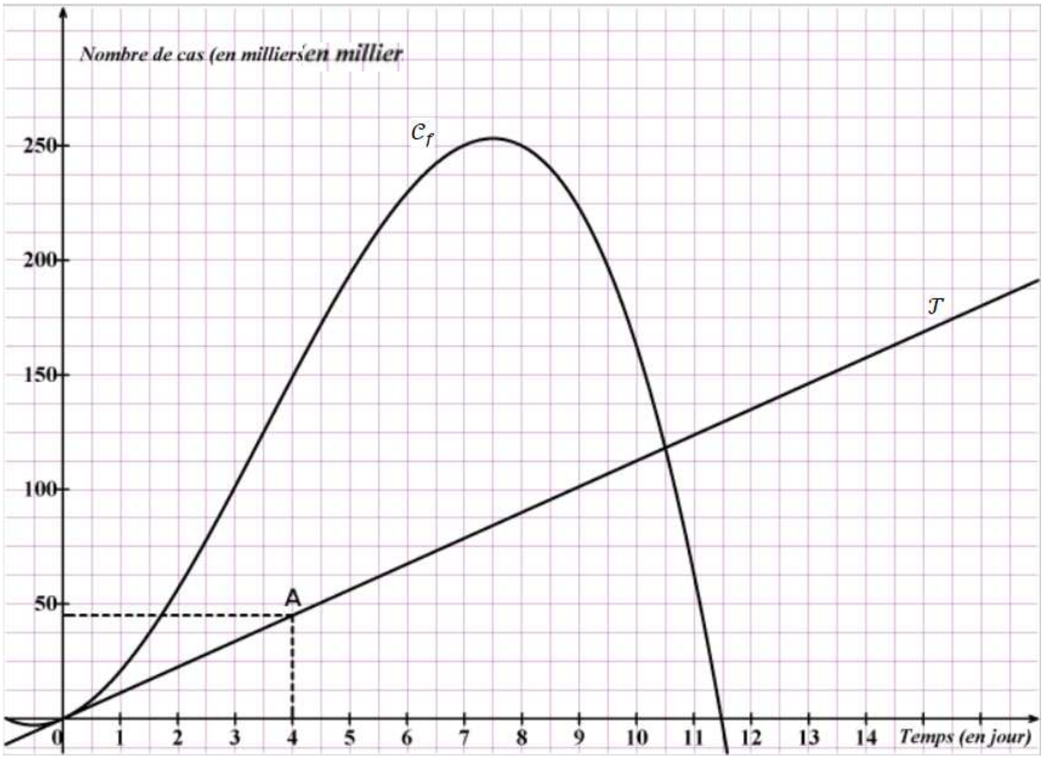
3. **a.** Étudier les variations de la fonction B sur $[0\,;60\,000]$.

b. En déduire le nombre de téléphone que l'entreprise doit produire pour réaliser un bénéfice maximal. Donner la valeur ce bénéfice en euros.

Exercice 4 (5 points)

Lors d'une épidémie observée sur une période de onze jours, un institut de veille sanitaire a étudié l'évolution du nombre de personnes malades.
La durée, écoulée à partir du début de la période, est exprimée en jours. Elle est notée t.
On modélise le nombre de cas grâce à la fonction f, où $f(t)$ représente le nombre personnes malades, en milliers, à l'instant t.
Soit f' la fonction dérivée de f. Le nombre $f'(t)$ représente la vitesse d'évolution de la maladie, t jours après l'apparition des premiers cas.

On donne ci-dessous la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction f, définie sur l'intervalle $[0\,;11]$. La droite $\mathcal{T}$ est la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0 et passe par le point A de coordonnées $(4\,;45)$.



1. **a.** Déterminer par lecture graphique $f'(0)$.

b. En déduire l'équation réduite de la tangente $\mathcal{T}$.

2. La fonction f est définie sur l'intervalle $[0\,;11]$ par :

$$f(t) = -t^3 + \frac{21}{2}t^2 + \frac{45}{4}t$$

a. Calculer $f'(t)$ pour tout t dans l'intervalle $[0\,;11]$.

b. On admet que , pour tout t dans l'intervalle $[0\,;11]$,

$$f'(t) = -3\left(t+\frac{1}{2}\right)\left(t-\frac{15}{2}\right)$$

Étudier le signe de $f'(t)$ et en déduire le tableau de variation de la fonction f sur $[0\,;11]$.

c. Retrouver par le calcul l'équation réduite de la tangente $\mathcal{T}$.

Annexe à rendre avec la copie