

www.freemaths.fr

1^{re}

Technologique Mathématiques

Signe d'un Polynôme
Inéquations



MINI COURS

A. Signe d'une fonction polynôme du second degré:

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$.

1. Si la forme factorisée de f est: $f(x) = a \cdot (x - x_0)^2$

Dans ce cas, nous sommes en présence d'une solution unique: $x_0 = -\frac{b}{2a}$.

Le tableau de signes de f est:

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
signe de $f(x)$	signe de a	0	signe de a

2. Si la forme factorisée de f est: $f(x) = a \cdot (x - x_1)(x - x_2)$

Dans ce cas, nous sommes en présence de deux racines distinctes: x_1 et x_2 .

Le tableau de signes de f est:

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
signe de $f(x)$	signe de a	0	signe de $(-a)$	0	signe de a

B. Résoudre une inéquation:

Soit les inéquations: $f(x) > w$, $f(x) \geq w$, $f(x) < w$ et $f(x) \leq w$.

Etape 1: on pose $f(x) = w$.

Etape 2: on détermine l'ensemble de définition de $f(x) - w$.

Etape 3: on trouve les racines de l'équation $f(x) - w = 0$.

Etape 4: on dresse le tableau de signes de $f(x) - w$.

Etape 5: on conclut.

C. Courbe représentative d'une fonction trinôme:

- Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) une fonction trinôme définie sur \mathbb{R} .

Sa courbe représentative est **une parabole** d'équation:

$$y = ax^2 + bx + c, \text{ avec } a \neq 0.$$

- Le sommet de cette parabole est le point: $S\left(-\frac{b}{2a}; f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$.

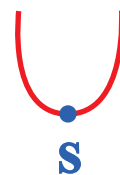
D. Sommets, extremum et axe de symétrie:

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) une fonction trinôme définie sur \mathbb{R} .

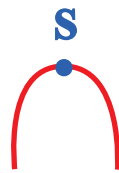
Sous forme canonique, f s'écrit:

$$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta, \text{ avec } \alpha = -\frac{b}{2a} \text{ et } \beta = f\left(-\frac{b}{2a}\right).$$

- Si $a > 0$:
 - la courbe représentative est une parabole tournée vers le haut,
 - le sommet $S(\alpha, \beta)$ est un minimum,
 - l'axe de symétrie est: $x = \alpha$.



- Si $a < 0$:
 - la courbe représentative est une parabole tournée vers le bas,
 - le sommet S (α, β) est un maximum,
 - l'axe de symétrie est: $x = \alpha$.



ASTUCE POUR TROUVER L'ABSCISSE x_s DU SOMMET !

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2}, \text{ } x_1 + x_2 \text{ étant les 2 racines.}$$

E. Sens de variations:

Freemaths: Tous droits réservés

- Si $a > 0$: la fonction f est d'abord décroissante puis croissante.

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$			

- Si $a < 0$: la fonction f est d'abord croissante puis décroissante.

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$			