

www.freemaths.fr

1<sup>re</sup>

# Technologique Mathématiques

(STI2D)

Nombres Complexes  
Forme Algébrique



**CORRIGÉ DE L'EXERCICE**

## CORRECTION

1. Déterminons l'ensemble de définition de  $z'$ :

Ici:  $z' = \frac{z^2 - 2i}{z\bar{z} + 1}$ , avec  $z = x + iy$ .

Dans ces conditions, il faut que:  $z\bar{z} + 1 \neq 0$ .

Or:  $z\bar{z} + 1 > 0$  pour tout nombre  $z$  car  $z\bar{z} = x^2 + y^2 \geq 0$ .

Ainsi:  $z'$  est défini quelque soit le nombre complexe  $z$ .

2. Montrons que  $z'$  est réel ssi  $(z - \bar{z})(z + \bar{z}) = 4i$ :

Nous avons:  $z' = \frac{(x^2 - y^2)}{z\bar{z} + 1} + i \frac{(2xy - 2)}{z\bar{z} + 1}$

•  $z - \bar{z} = 2iy$ , d'après le cours

•  $z + \bar{z} = 2x$ , d'après le cours.

Dans ces conditions,  $z'$  est réel ssi:  $2xy - 2 = 0$  cad ssi  $xy = 1$ .

Or:  $(z - \bar{z})(z + \bar{z}) = 4ixy$ .

Donc oui,  $z'$  est un nombre réel ssi:  $(z - \bar{z})(z + \bar{z}) = 4i$  (car:  $xy = 1$ ).