1re Technologique Mathématiques

(STI2D)

Nombres Complexes Forme Algébrique

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

PARTIES RÉELLE ET IMAGINAIRE 2

CORRECTION

D'après le cours, nous savons que la forme algébrique d'un nombre complexe z est $z = x + iy$, avec :

- x = la partie réelle de z, notée Re (z)
- y = la partie imaginaire de z, notée Im (z).

1. Déterminons les parties réelle et imaginaire de $A = z \times z'$:

$A = z \times z'$, avec : $z = a + ib$ et $z' = a' + ib'$.

D'où : $A = (a + ib) \times (a' + ib')$ <=> $A = aa' + iab' + iba' + i^2 bb'$

<=> $A = aa' + iab' + iba' - bb'$

cad $A = (aa' - bb') + i \times (ab' + ba')$.

Ainsi :

- la partie réelle de A est : $aa' - bb' = Re(A)$
- la partie imaginaire de A est : $ab' + ba' = Im(A)$.

2. Déterminons les parties réelle et imaginaire de $B = \frac{z}{z'}$:

$B = \frac{z}{z'}$, avec : $z = a + ib$ et $z' = a' + ib'$.

D'où: $B = \dfrac{(a+ib)}{(a'+ib')} \iff B = \dfrac{(a+ib)(a'-ib')}{(a'+ib')(a'-ib')}$

$$\iff B = \dfrac{aa' - iab' + iba' - i^2bb'}{a'^2 + b'^2}$$

$$\iff B = \dfrac{aa' - iab' + iba' + bb'}{a'^2 + b'^2}$$

cad $B = \left(\dfrac{aa' + bb'}{a'^2 + b'^2}\right) + i \times \left(\dfrac{ba' - ab'}{a'^2 + b'^2}\right).$

Ainsi: • la partie réelle de B est: $\dfrac{aa' + bb'}{a'^2 + b'^2} = Re\,(B)$

• la partie imaginaire de B est: $\dfrac{ba' - ab'}{a'^2 + b'^2} = Im\,(B).$

3. Déterminons les parties réelle et imaginaire de $C = 3A - 7B$:

$C = 3A - 7B$, avec: $A = Re\,(A) + i \times Im\,(A)$ et $B = Re\,(B) + i \times Im\,(B).$

D'où: $C = [\,3Re\,(A) - 7Re\,(B)\,] + i \times [\,3Im\,(A) - 7Im\,(B)\,].$

Ainsi: • la partie réelle de C est: $3 \times (aa' - bb') - 7 \times \left(\dfrac{aa' + bb'}{a'^2 + b'^2}\right)$

• la partie imaginaire de C est: $3 \times (ab' + ba') - 7 \times \left(\dfrac{ba' - ab'}{a'^2 + b'^2}\right).$