

www.freemaths.fr

1^{re}

Technologique Mathématiques

(STI2D)

**Nombres Complexes
Forme Algébrique**



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

PARTIES RÉELLE ET IMAGINAIRE

I

CORRECTION

D'après le cours, nous savons que la forme algébrique d'un nombre complexe z est $z = x + iy$, avec:

- x = la partie réelle de z , notée $\text{Re}(z)$
- y = la partie imaginaire de z , notée $\text{Im}(z)$.

1. Déterminons la partie réelle de $P(z)$:

$$P(z) = z^2 - 1, \text{ avec: } z = x + iy.$$

$$\text{D'où: } P(z) = (x + iy)^2 - 1$$

$$= x^2 - y^2 + 2ixy - 1$$

$$= (x^2 - y^2 - 1) + i(2xy).$$

Ainsi, la partie réelle de $P(z)$ est: $\text{Re}(z) = x^2 - y^2 - 1$.

2. Déterminons la partie imaginaire de $P(z)$:

$$P(z) = z^2 - 1, \text{ avec: } z = x + iy.$$

$$\text{D'où: } P(z) = (x + iy)^2 - 1$$

$$= x^2 - y^2 + 2ixy - 1$$

$$= (x^2 - y^2 - 1) + i(2xy).$$

Ainsi, la partie imaginaire de $P(z)$ est: $\text{Im}(z) = 2xy$.

3. Déduisons-en la forme algébrique du nombre $P\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$:

Posons: $\bullet x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\bullet y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Ici: $z = x + iy$, avec: $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Dans ces conditions, la forme algébrique de $P\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = P(z)$ s'écrit:

$$P\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \text{Re}(z) + i \times \text{Im}(z)$$

$$= (x^2 - y^2 - 1) + i \times (2xy)$$

$$= \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 1 \right] + i \times \left[\left(2 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right) \right]$$

$$= \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} - 1 \right] + i \times \left[2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \right]$$

$$= -1 + i \left(2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \right)$$

Ainsi, la forme algébrique de $P\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ s'écrit: $-1 - i$.