1re Technologique Mathématiques

Études de Fonctions

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CHIFFRE D'AFFAIRES ET TEMPS

CORRECTION

1. a. Développons $f(x)$:

D'après l'énoncé, pour tout $x \in IR^+$: $f(x) = 3x(48x - 5x^2)$.

Dans ces conditions: $f(x) = 3x(48x - 5x^2)$

$$= -15x^3 + 144x^2.$$

Ainsi, pour tout $x \in IR^+$: $f(x) = -15x^3 + 144x^2$.

1. b. Déduisons-en $f'(x)$:

La fonction f est dérivable sur IR^+.

D'où, nous pouvons calculer f' sur IR^+.

$$f'(x) = -45x^2 + 288.$$

Ainsi, pour tout $x \in IR^+$: $f'(x) = -45x^2 + 288$.

1. c. Dressons le tableau de variation de f:

Pour tout $x \in IR^+$: $f'(x) = -45x^2 + 288$

$$= -3x(15x - 96).$$

Étape 1: on détermine le signe de f'.

f' admet donc 2 racines: $x_1 = 0$ et $x_2 = \frac{96}{15} = 6{,}4$.

D'où le tableau de signe de f' sur $IR^+ = [\,0\,;+\infty\,]$ est:

x	0		$6,4$		$+\infty$
$-3x$	0	$-$		$-$	
$15x - 96$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$	0	$+$	0	$-$	

Ainsi le signe de f' sur $[\,0\,;+\infty\,[$ est:
- strictement positif sur $[\,0\,;6,4\,[$
- nul si $x = 0$ ou $x = 6{,}4$
- strictement négatif sur $]\,6{,}4\,;+\infty\,[$.

Étape 2: on dresse le tableau de variation de f.

Le tableau de variation de f sur $[\,0\,;+\infty\,[$ est le suivant:

x	0		$6,4$		$+\infty$
$f'(x)$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	a	$\nearrow$	b	$\searrow$	c

, avec:
- $a = f(0) = 0$
- $b = f(6,4) \approx 1966{,}9$
- $c = f(+\infty) = -\infty$.

Ainsi: • f est croissante sur $[\,0\,;6,4\,]$

• f est décroissante sur $[\,6,4\,;+\infty\,[$.

1. d. Déduisons-en le maximum de f sur $[\,0\,;\,10\,]$:

La fonction f est croissante sur $[\,0\,;6,4\,]$ et décroissante sur $[\,6,4\,;\,10\,]$.

Elle présente donc un maximum quand: $x = 6,4$ années.

$f\,(6,4) = b = 1966,9 \times 1000$ euros.

Ainsi, le chiffre d'affaires sera maximal en $2020 + 6,4$ années et il sera environ égal à: 1966900 €.

2. Complétons la ligne 10 du programme écrit en Python:

1	def chiffres affairesmax( ):
2	x=0
4	B = 3*x*(48*x - 5*x**2)
5	M=B
6	for k in range(100):
7	x=x+0,1
8	B = 3*x*(48*x - 5*x**2)
9	if B>M :
10	M = B
12	return M