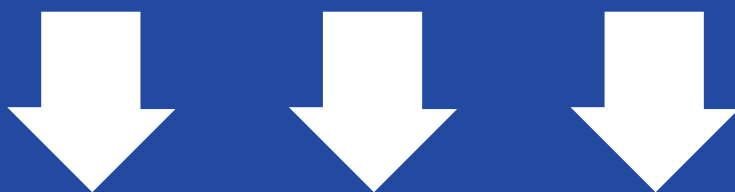


[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

1<sup>re</sup>

# Technologique Mathématiques

Dérivées de Fonctions



**CORRIGÉ DE L'EXERCICE**

# LE PROFIT MAXIMUM !

## CORRECTION

1. Déterminons le prix d'une tonne de ce produit:

D'après l'énoncé, la recette totale est:  $R(q) = 84q$ .

Or d'une manière générale, la recette totale d'une entreprise s'écrit:

$$R(q) = P \times q.$$

Par identification, nous obtenons:  $P = 84$  euros.

Au total, le prix d'une tonne de ce produit est égal à:  $P = 84$  euros.

2. Écrivons le profit de l'entreprise:

Le profit ou bénéfice  $B$  de l'entreprise s'écrit:

$$\begin{aligned} B(q) &= \text{Recette totale} - \text{Coût total de production} \\ &= R(q) - C(q) \\ &= 84q - (q^3 - 30q^2 + 300q). \end{aligned}$$

Ainsi, le profit ou bénéfice de l'entreprise est:  $B(q) = -q^3 + 30q^2 - 216q$ .

3. Étudions les variations de la fonction  $B$  sachant que  $q \in [0; 20]$ :

- Ici:
- $\mathcal{D}_B = [0; 20]$ ,
  - $\mathcal{D}_{B'} = [0; 20]$  car  $B$  est dérivable sur  $[0; 20]$ ,
  - pour tout  $q \in [0; 20]$ , nous avons donc:  $B'(q) = -3q^2 + 60q - 216$ .

Nous savons que les racines de  $B'$  sont:  $q_1 = 10 + \sqrt{28}$  et  $q_2 = 10 - \sqrt{28}$ .

**Distinguons 2 cas:**

- $B'(q) \leq 0$  ssi  $-3q^2 + 60q - 216 \leq 0$  cad ssi  $q \in [0; q_2] \cup [q_1; 20]$
- $B'(q) \geq 0$  ssi  $-3q^2 + 60q - 216 \geq 0$  cad ssi  $q \in [q_2; q_1]$

Nous pouvons ainsi dresser le tableau de variations de  $B$ :

$q$	0	$q_2 = 10 - \sqrt{28}$	$q_1 = 10 + \sqrt{28}$	20	
$B'(q)$	-	0	+	0	-
$B(q)$					

, avec: •  $a = B(10 + \sqrt{28})$ .

- Ainsi:
- $B$  est décroissante sur  $[0; q_2] \cup [q_1; 20]$
  - $B$  est croissante sur  $[q_2; q_1]$ .

4. Pour quelle valeur de  $q$  le bénéfice est-il maximal ?

Ici, nous obtenons deux extremums:

- un extremum au point  $C$  d'abscisse  $q = q_2$ .
- un extremum au point  $A$  d'abscisse  $q = q_1$ .

Seul le point A d'abscisse  $q = q_1$  est un maximum car la fonction B est croissante sur  $[q_2; q_1]$  et décroissante sur  $[q_1; 20]$ .

Donc le point A d'abscisse  $q = 10 + \sqrt{28}$  est: un maximum.

Pour réaliser un profit maximum, l'entreprise doit donc vendre une quantité de produit égale à:  $q = 10 + \sqrt{28}$  tonnes.

5. Déterminons alors ce bénéfice maximal:

Ce bénéfice ou profit maximal sera alors de:  $q = B(10 + \sqrt{28})$  euros.