

# Corrigé

## Exercice 1



---

---

freemaths.fr

---

---

# LES MATHÉMATIQUES

## AU BACCALAURÉAT S

### PROBABILITÉS, BAC S

(probas discrètes et probas à densité)

- *Arbre de probabilités*
- *Probabilités conditionnelles*
- *Loi de Bernoulli*
- *Loi binomiale*
- *Espérance mathématique*
- *Loi uniforme*
- *Loi exponentielle*
- *Loi normale centrée réduite*
- *Loi normale*
- *Intervalle de confiance*
- *Intervalle de fluctuation asymptotique*
- *Longueur d'un intervalle*

# EXERCICE 1

## [ Centres Étrangers 2019 ]

QUESTION 1: **d.** est la bonne réponse.

En effet, il s'agit de calculer:  $P(X = 20)$ , sachant que la variable aléatoire  $X$  suit une loi binômiale de paramètres:  $n = 80$  et  $p = \frac{1}{4}$ .

Dans ces conditions:  $P(X = 20) = \binom{80}{20} \left(\frac{1}{4}\right)^{20} \left(1 - \frac{1}{4}\right)^{60}$

cad:  $P(X = 20) \approx 0,103$ , à l'aide d'une machine à calculer.

Au total, la probabilité qu'il y ait exactement 20 clients pratiquant le surf est d'environ: 10,3%.

QUESTION 2: **d.** est la bonne réponse.

En effet, d'après l'énoncé, nous savons que:

- $X$  suit une loi normale d'espérance  $\mu = 150$  cm et d'écart type  $\sigma = x$ .
- $T$  suit la loi normale centrée réduite.
- $P(X \geq 200) = 2,5\%$ .

Etape 1: Détermination de la valeur de l'écart type  $\sigma$  à savoir  $x$ .

$$P(X \geq 200) = 2,5\% \Leftrightarrow P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \geq \frac{200 - 150}{x}\right) = 2,5\%$$

$$\Leftrightarrow P\left(T \geq \frac{50}{x}\right) = 2,5\%$$

$$\Leftrightarrow P\left(T \leq \frac{50}{x}\right) = 97,5\%.$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$$\frac{50}{x} \approx 1,96 \text{ cad: } x \approx 25,51 \text{ cm.}$$

Ainsi, l'écart type de la loi normale  $X$  est:  $\sigma \approx 25,51 \text{ cm.}$

Etape 2: On calcule  $P(X \geq 100)$ .

$$\begin{aligned} P(X \geq 100) &= P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \geq \frac{100 - 150}{25,51}\right) \\ &= P(T \geq -1,96) \\ &= P(T \leq 1,96). \end{aligned}$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$$P(X \geq 100) = 97,5\%.$$

Au total, nous pouvons affirmer que:  $P(X \geq 100) = 97,5\%$ .

**QUESTION 3:** **c. est la bonne réponse.**

En effet, d'après l'énoncé, nous savons que:

- $T$  suit une loi exponentielle de paramètre:  $\lambda$ .

Dans ces conditions:

- $E(T) = \frac{1}{\lambda} = 5 \text{ ans.}$

$$\bullet P(T \leq a) = \int_0^a f(t) dt.$$

Ainsi, comme  $\frac{1}{\lambda} = 5$ :  $\lambda = \frac{1}{5}$ .

D'où:  $P(T \geq 5) = 1 - P(T \leq 5)$

$$= 1 - \int_0^5 \frac{1}{5} e^{-\frac{t}{5}} dt$$

$$= 1 - \frac{1}{5} \left[ -5 e^{-\frac{t}{5}} \right]_0^5$$

$$= 1 - \frac{1}{5} (-5 e^{-1} + 5)$$

$$= e^{-1}.$$

Au total, nous savons:  $P(T \geq 5) = e^{-1}$ .

**QUESTION 4:** **b.** est la bonne réponse.

D'après le cours, nous savons qu'un intervalle de confiance, au niveau de confiance de 95%, nous est donné par la formule suivante:

$$I = \left[ f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right],$$

avec:  $\bullet n \geq 30$ ,

$\bullet f =$  la fréquence observée,

$\bullet n \cdot f \geq 5$  et  $n \cdot (1 - f) \geq 5$ .

Dans ces conditions, la longueur  $L$  de l'intervalle est:  $L = \frac{2}{\sqrt{n}}$ .

Or, d'après l'énoncé, celle-ci est égale à: 0,04.

D'où nous avons:  $\frac{2}{\sqrt{n}} = 0,04$  et donc  $n = 2.500$  clients satisfaits.

**Au total:** il y a 2.500 clients satisfaits des prestations effectuées dans la station de ski.