

Corrigé

Exercice 2



freemaths.fr

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2018

ÉPREUVE DU LUNDI 11 JUIN 2018

MATHÉMATIQUES

– Série S –

Enseignement Obligatoire Coefficient : 7

Durée de l'épreuve : 4 heures

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées,
conformément à la réglementation en vigueur.

Le sujet est composé de 5 exercices indépendants.

Le candidat doit traiter tous les exercices.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 8 pages numérotées de 1 à 8.

Exercice 2 – Pour tous les candidats (4 points)

Pour chacune des quatre affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse, en justifiant la réponse. Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée. Une réponse inexacte ou non justifiée ne rapporte ni n'enlève aucun point.

1. Un type d'oscilloscope a une durée de vie, exprimée en année, qui peut être modélisée par une variable aléatoire D qui suit une loi exponentielle de paramètre λ .

On sait que la durée de vie moyenne de ce type d'oscilloscope est de 8 ans.

Affirmation 1 : pour un oscilloscope de ce type choisi au hasard et ayant déjà fonctionné 3 ans, la probabilité que la durée de vie soit supérieure ou égale à 10 ans, arrondie au centième, est égale à 0,42.

On rappelle que si X est une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre λ , on a pour tout réel t positif : $P(X \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$.

2. En 2016, en France, les forces de l'ordre ont réalisé 9,8 millions de dépistages d'alcoolémie auprès des automobilistes, et 3,1 % de ces dépistages étaient positifs.

Source : OFDT (Observatoire Français des Drogues et des Toxicomanies).

Dans une région donnée, le 15 juin 2016, une brigade de gendarmerie a effectué un dépistage sur 200 automobilistes.

Affirmation 2 : en arrondissant au centième, la probabilité que, sur les 200 dépistages, il y ait eu strictement plus de 5 dépistages positifs, est égale à 0,59.

3. On considère dans \mathbf{R} l'équation : $\ln(6x - 2) + \ln(2x - 1) = \ln(x)$.

Affirmation 3 : l'équation admet deux solutions dans l'intervalle $\left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$.

4. On considère dans \mathbf{C} l'équation : $(4z^2 - 20z + 37)(2z - 7 + 2i) = 0$.

Affirmation 4 : les solutions de l'équation sont les affixes de points appartenant à un même cercle de centre le point P d'affixe 2.

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL - Série S	SESSION 2018	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES	SUJET	
	Coefficient : 7	Page 3/8
18MASOG11	Durée : 4 heures	

EXERCICE 2

[Centres Étrangers 2018]

QUESTION 1: L'affirmation 1 est vraie.

En effet, d'après l'énoncé, nous savons que:

- D suit une loi exponentielle de paramètre: $\lambda = \frac{1}{8}$.

Dans ces conditions:

- $f(d) = \frac{1}{8} e^{-\frac{d}{8}}$, pour tout $d \in [0; +\infty[$.
- $P(D \leq a) = \int_0^a f(d) dd$.
- $E(D) = \frac{1}{\lambda} = 8$ ans.

Ici, il s'agit de calculer: $P(D \geq 3)(D \geq 10)$.

Or: $P(D \geq 3)(D \geq 10) = P(D \geq 7)$, car la loi exponentielle est une loi de durée sans vieillissement.

Ainsi: $P(D \geq 3)(D \geq 10) = 1 - P(D \leq 7)$

$$= 1 - \int_0^7 \frac{1}{8} e^{-\frac{d}{8}} dd$$

$$= 1 - \left[-e^{-\frac{d}{8}} \right]_0^7$$

$$= e^{-\frac{7}{8}} \approx 0,42.$$

Au total, la probabilité demandée est bien de: 0,42.

QUESTION 2: L'affirmation 2 est vraie.

En effet, soit X la variable aléatoire égale au nombre de personnes positives sur les 200 dépistages.

Nous sommes en présence de 200 épreuves aléatoires identiques et indépendantes.

X suit donc une loi binômiale de paramètres: $n = 200$ et $p = 3,1\%$.

Et nous pouvons noter: $X \sim B(200; 3,1\%)$.

En fait, on répète 200 fois un schéma de Bernoulli.

Ici, il s'agit de calculer: $P(X > 5)$ avec: $X \sim B(200; 3,1\%)$.

Or: $P(X > 5) = 1 - P(X \leq 5)$

$$= 1 - \binom{200}{5} (3,1\%)^5 (96,9\%)^{195}$$

$\Rightarrow P(X > 5) = 0,59$, en arrondissant au centième.
(à l'aide d'une machine à calculer)

Au total, la probabilité demandée est bien de: 0,59.

QUESTION 3: L'affirmation 3 est fausse.

En effet, dans \mathbb{R} , on ne peut pas écrire l'équation:

$$\ln(6x - 2) + \ln(2x - 1) = \ln(x).$$

On peut écrire cette équation uniquement dans $]0; +\infty[$: c'était un piège !

Au total: affirmation fausse car énoncé faux.

QUESTION 4: L'affirmation 4 est vraie.

En effet, les 3 solutions de l'équation $(4z^2 - 20z + 37)(2z - 7 + 2i) = 0$ sont:

$$\bullet z_1 = \frac{5}{2} + i\sqrt{3},$$

$$\bullet z_2 = \frac{5}{2} - i\sqrt{3},$$

$$\bullet z_3 = \frac{7}{2} - i.$$

Soient les points A, B, C et P ayant pour affixe respectif:

$$A(z_1), B(z_2), C(z_3) \text{ et } P(2).$$

Dans ces conditions, nous avons:

$$\bullet PA = |z_1 - 2| = \frac{\sqrt{13}}{2},$$

$$\bullet PB = |z_2 - 2| = \frac{\sqrt{13}}{2},$$

$$\bullet PC = |z_3 - 2| = \frac{\sqrt{13}}{2}.$$

Au total, comme $PA = PB = PC$: les points A, B et C appartiennent à un même cercle de centre P et de rayon $R = \frac{\sqrt{13}}{2}$.