

# Corrigé

## Exercice 1



---

---

freemaths.fr

---

---

# LES MATHÉMATIQUES

## AU BACCALAURÉAT ES

### PROBABILITÉS, BAC ES

(probas discrètes et probas à densité)

- *Arbre de probabilités*
- *Arbre pondéré*
- *Probabilités conditionnelles*
- *Loi de Bernoulli*
- *Loi binomiale*
- *Espérance mathématique*
- *Loi uniforme*
- *Loi normale centrée réduite*
- *Loi normale*
- *Intervalle de confiance*
- *Intervalle de fluctuation asymptotique*
- *Longueur d'un intervalle*

# EXERCICE 1

[ Centres Étrangers 2019 ]

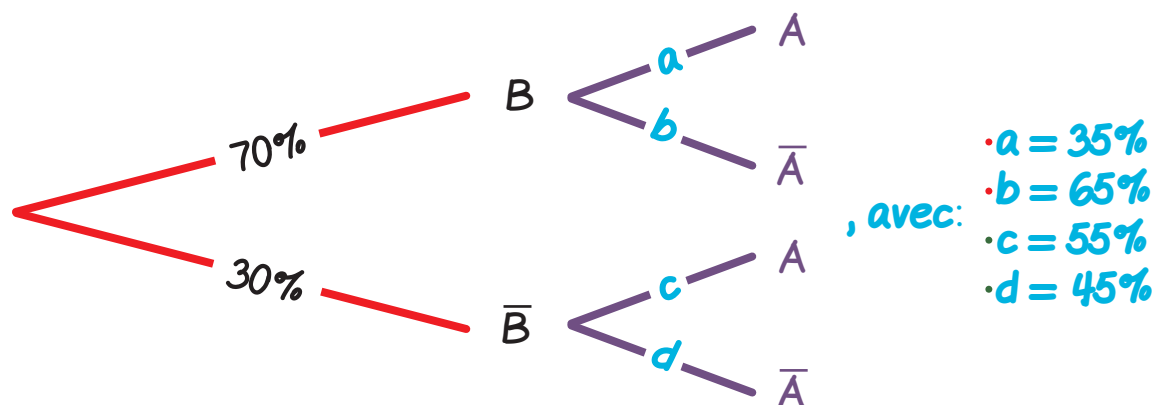
## Partie A:

1. Représentons la situation à l'aide d'un arbre pondéré:

D'après l'énoncé, nous avons:

- $A =$  " le client choisit une visite avec un audioguide ".
- $\bar{A} =$  " le client choisit une visite sans audioguide ".
- $B =$  " le client achète son billet sur internet ".
- $\bar{B} =$  " le client achète son billet aux caisses ".
  
- $P(B) = 70\%$
- $P(\bar{B}) = 1 - 70\% = 30\%$ .
  
- $P_B(A) = 35\%$
- $P_B(\bar{A}) = 1 - 35\% = 65\%$ .
  
- $P_{\bar{B}}(A) = 55\%$
- $P_{\bar{B}}(\bar{A}) = 1 - 55\% = 45\%$ .

D'où l'arbre pondéré suivant:



2. Montrons que  $P(A) = 0,41$ :

Calculons donc:  $P(A)$ .

L'événement  $A = (A \cap B) \cup (A \cap \bar{B})$ .

D'où:  $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B})$

$$= P_B(A) \times P(B) + P_{\bar{B}}(A) \times P(\bar{B}).$$

Ainsi:  $P(A) = 35\% \times 70\% + 55\% \times 30\%$  cad:  $P(A) = 41\%$ .

Au total, nous avons bien:  $P(A) = 0,41$ .

3. Déterminons ce que va décider le directeur:

Pour répondre à cette question, nous devons calculer:  $P_A(B)$ .

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$= \frac{P_B(A) \times P(B)}{P(A)}$$

Ainsi:  $P_A(B) = \frac{35\% \times 70\%}{41\%}$  cad:  $P_A(B) \approx 59,76\%$ .

Au total, comme  $59,76\% > 50\%$ : oui, le directeur proposera la location de l'audioguide sur internet.

## Partie B:

1. Calculons la probabilité qu'un visiteur reste moins de 6 minutes dans la boutique :

D'après l'énoncé, nous savons que:

- $T$  suit une loi normale d'espérance  $\mu = 10$  minutes et d'écart type  $\sigma = 2$  minutes.
- $Y$  suit la loi normale centrée réduite.

Ici, nous devons calculer:  $P(T \leq 6)$ .

$$\begin{aligned} P(T \leq 6) &= P\left(\frac{T - \mu}{\sigma} \leq \frac{6 - 10}{2}\right) \\ &= P(Y \leq -2) \\ &= 1 - P(Y \leq 2). \end{aligned}$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$$P(T \leq 6) \approx 1 - 0,977 \text{ cad: } P(T \leq 6) \approx 2,3\%.$$

Au total, la probabilité qu'un visiteur reste moins de 6 minutes dans la boutique est d'environ: 2,3%.

2. Calculons  $P(6 \leq T \leq 14)$ :

Il s'agit de calculer:  $P(6 \leq T \leq 14)$ .

Nous remarquons que:  $6 = \mu - 2\sigma$  et  $14 = \mu + 2\sigma$ .

Or, d'après le cours:  $P(\mu - 2\sigma \leq T \leq \mu + 2\sigma) \approx 0,954$ .

D'où:  $P(6 \leq T \leq 14) \approx 95,4\%$ .

Au total, la probabilité qu'un visiteur reste entre 6 minutes et 14 minutes dans la boutique est d'environ: 95,4%.

3. Déterminons la valeur du réel " a " tel que  $P(T \geq a) = 0,25$  et interprétons:

Il s'agit de déterminer " a " sachant que:  $P(T \geq a) = 0,25$ .

$$P(T \geq a) = 0,25 \Leftrightarrow P\left(\frac{T - \mu}{\sigma} \geq \frac{a - 10}{2}\right) = 0,25$$

$$\Leftrightarrow P\left(Y \geq \frac{a - 10}{2}\right) = 0,25$$

$$\Leftrightarrow P\left(Y \leq \frac{a - 10}{2}\right) = 0,75.$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:

$$\frac{a - 10}{2} \approx 0,6745 \text{ cad: } a \approx 11,35 \text{ minutes.}$$

Au total:  $P(T \geq a) = 0,25$  quand  $a \approx 11,35$  minutes.

Cela signifie que 25% des visiteurs restent plus de 11,35 minutes dans la boutique du musée.

4. Cet échantillon confirme-t-il les résultats de l'étude ?

Ici, nous avons: •  $n = 720$

- $p = 25\%$
- $f = \frac{161}{720}$  cad:  $f \approx 22,36\%$ .

Dans ces conditions:

$$n = 720 \geq 30, n \cdot p = 180 \geq 5 \text{ et } n \cdot (1 - p) = 540 \geq 5.$$

Les conditions sont donc réunies.

Un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% s'écrit:

$$I = \left[ p - 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}; p + 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right],$$

$$\text{cad: } I = \left[ 25\% - 1,96 \times \sqrt{\frac{25\% \times 75\%}{720}}; 25\% + 1,96 \times \sqrt{\frac{25\% \times 75\%}{720}} \right].$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve:  $I \approx [21,8\%; 28,2\%]$ .

Or, la fréquence "f", sur l'échantillon, est telle que:  $f \approx 22,36\% \in I$ .

Ainsi, oui cet échantillon confirme bien les résultats de l'étude.